Soru-1 ⇒ 4 farklı mektup 5 farklı posta kutusuna; aynı kutuya birden çok atılmamak şartıyla kaç farklı biçimde atılabilir?

Çözüm ⇒

1. mektup 5 kutudan birine
2. mektup 4 kutudan birine
3. mektup 3 kutudan birine
4. mektup 2 kutudan birine atılabilir.

Böylece;

$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120$ farklı biçimde atılabilir.

Soru-2 ⇒ EROL BEY'in bir E-ticaret sitesinde ayakkabı mağazası vardır. EROL BEY mağazasında bulunan ayakkabıların %40'ını A, %20'sini B, %40'ını ise C fabrikasından tedarik ediyor. Bu fabrikaların üretimlerin sonucunda sırasıyla; 0,03, 0,02, 0,04'ü hatalıdır. EROL BEY mağazasından rastgele bir ayakkabı seçiyor ve bunun hatalı olduğunu görüyor. Bu ayakkabının A fabrikasında veya B fabrikasında veya C fabrikasında üretilmiş olma olasılığı nedir?

ÇÖZÜM ⇒

Olaylar;

$E = \{$ Hatalı üretim $\}$

$A = \{$ A fabrikasında üretilmiş olması $\}$

$B = \{$ B fabrikasında üretilmiş olması $\}$

$C = \{$ C fabrikasında üretilmiş olması $\}$

$P(A)\ \frac{40}{100} \Rightarrow P(E/A) = 0,03$

$P(B)\ \frac{20}{100} \Rightarrow P(E|B) = 0,02$

$P(C)\ \frac{40}{100} \Rightarrow P(E/C) = 0,04$

A'da üretilmiş olma olasılığı;

$$P(A|E) = \frac{P(A \cap E)}{P(E)} = \frac{P(A) \cdot P(E|A)}{P(A) \cdot P(E|A) + P(B) \cdot P(E/B) + P(C) \cdot P(E|C)}$$

$$P(A|E) = \frac{(0,4) \cdot (0,03)}{(0,4) \cdot (0,03) + (0,2) \cdot (0,02) + (0,4) \cdot (0,04)}$$

$$= \frac{0,012}{0,032} = 0,375$$

B'de üretilmiş olma olasılığı;

$$P(B/E) = \frac{P(B).P(E/B)}{P(A).P(E/A) + P(B).P(E/B) + P(C).P(E/C)}$$

$$P(B/E) = \frac{(0,2).(0,02)}{(0,4).(0,03) + (0,2).(0,02) + (0,4).(0,04)}$$

$$= \frac{0,004}{0,032} = 0,125$$

C'de üretilmiş olma olasılığı;

$$P(C/E) = \frac{P(C).P(E/C)}{P(A).P(E/A) + P(B).P(E/B) + P(C).P(E/C}$$

$$P(C/E) = \frac{(0,4).(0,04)}{(0,4).(0,03) + (0,2).(0,02) + (0,4).(0,04}$$

$$= \frac{0,016}{0,032} = 0,5$$

Soru - 3 ⇒

X td'nin oyf'si

$$f(x) = \begin{cases} s(2x - x^3 & , \quad 0 < x < 1 \\ 0 & \quad dh \end{cases}$$ olsun.

a) S sabiti nedir?

b) $F(x) = ?$

c) $P(X \leq 1/2)$

Çözüm ⇒

a) f(x)in bir oyf olabilmesi için

$$= \int_0^1 f(x) \cdot dx = 1 \text{ olmalı}$$

$$= \int_0^1 s(2x - x^3)\, dx = s\left(x^2 - \frac{x^4}{4}\right)\Big|_0^1 = 1$$

$$= s\left[\left(1 - \frac{1}{4}\right) - 0\right] = 1$$

$$s \cdot \frac{3}{4} = 1 \qquad s = \frac{4}{3}$$

$$\text{oyf } f(x) = \begin{cases} 4/3\,(2x - x^3) & , \quad 0 < x < 1 \\ 0 & , \quad dh \end{cases}$$

b)

$$F(x) = P(\cancel{X} \leq x) = \int_0^x \frac{4}{3}(2x - x^3)\,dx$$

$$= \frac{4}{3}\left(x^2 - \frac{x^4}{4}\right)\Big|_0^x = \frac{4x^2 - x^4}{3}$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & , \ x \leq 0 \\ \frac{4x^2 - x^4}{3} & , \ 0 < x < 1 \\ 1 & , \ x = 1 \end{cases}$$

c) $p(x \leq 1/2) = p(0 < x \leq 1/2)$

$$= \int_0^{1/2} \frac{4}{3}(2x - x^3)\,dx$$

$$= \frac{4}{3}\left(x^2 - \frac{x^4}{4}\right)\Big|_0^{1/2}$$

$$= \left[\frac{4}{3}\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{64}\right) - 0\right] = \frac{\cancel{4}}{\cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{15}\,5}{\cancel{64}\,16} = \frac{5}{16}$$

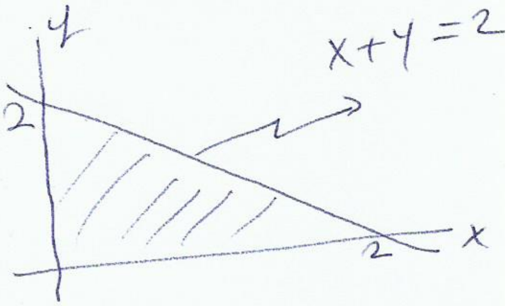
$$= \frac{5.25}{16.25} = \frac{125}{400} = \frac{31{,}25}{100} = \%\,31{,}25$$

Soru-4 ⇒ İki boyutlu (x,y) t.d'nin o.o.y.f'si

$$f(x,y) = \begin{cases} x^2 - \dfrac{x.y}{4} & 0 \le x < 1 \;,\; 0 \le y < 2 \\ 0 & \text{d.h} \end{cases}$$

$A = \{ x+y \geq 2 \}$, $P(A) = ?$

Çözüm ⇒ $A = \{ x+y \geq 2 \}$ olayının olasılığı için



$P(A) = 1 - P(A)'$

burada $A' = \{ x+y < 2 \}$ dir.

$$\Rightarrow P(A)' \int_{x=0}^{1} \int_{y=0}^{2-x} \left(x^2 - \frac{x.y}{4}\right) dy.dx$$

$$\int_0^1 \left[x^2.y - \frac{x.y^2}{8}\right] \Bigg|_{y=0}^{2-x} dx$$

$$= \int_0^1 \left[(x^2 . (2-x)) - \frac{x}{8} . \underbrace{(2-x)^2}_{(4-4x+x^2)} - 0 \right] dx$$

$$= \int_0^1 \left(2x^2 - x^3 - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{8} \right.$$

$$= \frac{2x^3}{3} - \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{4} + \frac{x^3}{6} - \frac{x^4}{32} \Bigg|_0^1 = \underset{(32)}{\frac{2}{3}} - \underset{(24)}{\frac{1}{4}} - \underset{(24)}{\frac{1}{4}} + \underset{(16)}{\frac{1}{6}} - \underset{(3)}{\frac{1}{32}}$$

$$\frac{64-24-24+16-3}{96} = \frac{35}{96}$$ Böylece $P(A) = 1 - P(A)'$

$$1 - \frac{35}{96} = \frac{61}{96}$$